Domácí úkol č.2
Termín: 14.10.2014 do 12:20

1. Dokažte, že $(\forall x, y \in \mathbb{R})(x < y \Rightarrow (\exists z \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})(x < z < y))$.

2. Nechť $f\colon X \longrightarrow Y$ je zobrazení, $C, D \subseteq Y$. Úplný vzor množiny $C$ je definován jako $f^{-1}(C) = \{x \in X \mid f(x) \in C\}$. Rozhodněte, zda následující rovnosti platí a svá tvrzení dokažte:

   - $f^{-1}(C \cup D) = f^{-1}(C) \cup f^{-1}(D)$
   - $f^{-1}(C \cap D) = f^{-1}(C) \cap f^{-1}(D)$

3. Nechť $f, \bar{f}\colon X \longrightarrow Y$ a $g, \bar{g}\colon Y \longrightarrow Z$ jsou zobrazení. Dokažte následující ekvivalence:

   - $(\forall f, \bar{f})(g \circ f = g \circ \bar{f} \Rightarrow f = \bar{f}) \Leftrightarrow g$ je prostá (neboli injektivní).
   - $(\forall g, \bar{g})(g \circ f = \bar{g} \circ f \Rightarrow g = \bar{g}) \Leftrightarrow f$ je na (neboli surjektivní).